

## Věty o počítání s logaritmy

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a = 1$$

Za předpokladu, že  $x > 0 \wedge y > 0$  platí:

$$\log_a xy = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a x^n = n \log_a x$$

$$\log_a \frac{1}{x} = -\log_a x$$

Zlogaritmujte výrazy:

$$V_1 = \frac{a^2 b^3}{100 \sqrt{c}}$$

$$V_2 = \sqrt{\frac{10a}{bc}}$$

$$V_3 = \frac{(a+b)^2}{c}$$

Vyjádřete výraz V (odlogaritmujte)

$$\log V_4 = 0,5 \log a + 3 \log b - 2 \log c$$

$$\log_2 V_5 = 3 \log_2 a + 2 \log_2 b + 4$$

$$\log_{\frac{1}{2}} V_6 = \frac{1}{4} \left( \log_{\frac{1}{2}} a + 3 \log_{\frac{1}{2}} b \right) - 2 + \log_{\frac{1}{2}} c$$

## Výsledky:

$$\log_a V_1 = 2 \log_a a + 3 \log_a b - \log_a 100 - \frac{1}{2} \log_a c$$

$$\log_a V_2 = \frac{1}{2} (\log_a 10 + \log_a a - \log_a b - \log_a c)$$

$$\log_a V_3 = 2 \log_a (a + b) - \log_a c$$

$$V_4 = \frac{\sqrt{a} b^3}{c^2}$$

$$V_5 = 16 a^3 b^2$$

$$V_6 = \frac{c \sqrt[4]{ab^3}}{\frac{1}{4}}$$

Řešte v  $\mathbb{R}$ , určete definiční obor rovnice

1)  $\log(x+2) - \log(x-1) = 2 - \log x$

2)  $\log(x+3) - \log(x-3) = \log(x+9)$

3)  $\log(7x+6) = 1 + \log(3x-4)$

4)  $2 \log(x-2) = \log(14-x)$

5)  $\frac{\log(2x+10)}{2} = \log(x+1)$

6)  $\log(x-9) + 2 \log \sqrt{2x-1} = 2$

7)  $\log \sqrt{3x-5} + \log \sqrt{7x-3} = 1 + \log \sqrt{0,11}$

## Výsledky:

1)  $\text{Out}[2]= \{ \{x \rightarrow 49 - \sqrt{2301}\}, \{x \rightarrow 49 + \sqrt{2301}\} \}$

2)  $\text{Out}[3]= \{ \{x \rightarrow \frac{1}{2} (-5 - \sqrt{145})\}, \{x \rightarrow \frac{1}{2} (-5 + \sqrt{145})\} \}$

3)  $\text{Out}[5]= \{ \{x \rightarrow 2\} \}$

4)  $\text{Out}[7]= \{ \{x \rightarrow 5\} \}$

5)  $\text{Out}[10]= \{ \{x \rightarrow 3\} \}$

6)  $\text{Out}[14]= \{ \{x \rightarrow 13\} \}$

7)  $\text{Out}[16]= \{ \{x \rightarrow 2.\} \}$

Řešte v  $\mathbb{R}$ , určete definiční obor rovnice

8)  $\log x^2 + \log x^3 + \log x^4 + \log x^5 = 6$

9)  $\log 2x - \log \sqrt[3]{x} + \log x^2 = \log 2 - \log \frac{1}{x^3} + 1$

Řešte v  $\mathbb{Z}$ , určete definiční obor rovnice

10)  $\frac{3 + \log x}{2 - \log x} = 4$

11)  $\frac{\log(x^2 + 7)}{\log(x + 7)} = 2$

12)  $\frac{\log(2x - 5)}{\log(x^2 - 8)} = \frac{1}{2}$

## Výsledky:

8)  $\{x \rightarrow 2.6827\}$

9)  $\text{Out}[21]= \left\{ \left\{ x \rightarrow \frac{1}{1000} \right\} \right\}$

10)  $\text{Out}[23]= \{ \{x \rightarrow 10\} \}$

11)  $\text{Out}[24]= \{ \{x \rightarrow -3\} \}$

12) Rovnice nemá v  $\mathbb{Z}$  řešení

```
Solve::verif :
```

```
Potential solution  $(x \rightarrow 3)$  (possibly discarded by verifier)
```

```
should be checked by hand. May require use of limits. More...
```

$$\text{Out}[25]= \left\{ \left\{ x \rightarrow \frac{11}{3} \right\} \right\}$$

Řešte v  $\mathbb{R}$ , určete definiční obor rovnice

13)  $\log x + \frac{1}{\log x} = 2$

14)  $1 + \log x^3 = \frac{10}{\log x}$

15)  $\frac{1}{1 + \log x} + \frac{5}{3 - \log x} = 3$

16)  $\log_3(x + 1) + \log_3(x + 3) = 1$

17)  $\log_{\frac{1}{3}}(x + 10) + \log_{\frac{1}{3}}(7 - 2x) = -4$

12)

18)  $\log_3(2 + 2 \log_4(2x - 3)) = 1$



## Výsledky:

13)  $\text{Out}[26] = \{ \{x \rightarrow 10\} \}$

14)  $\text{Out}[28] = \left\{ \left\{ x \rightarrow \frac{1}{100} \right\}, \{x \rightarrow 10 \cdot 10^{2/3}\} \right\}$

15)  $\text{Out}[33] = \left\{ \{x \rightarrow 10\}, \left\{ x \rightarrow \frac{1}{10^{1/3}} \right\} \right\}$

16)  $\text{Out}[36] = \{ \{x \rightarrow 0\} \}$

17)  $\text{Out}[37] = \left\{ \left\{ x \rightarrow -\frac{11}{2} \right\}, \{x \rightarrow -1\} \right\}$

18)  $\text{Out}[38] = \left\{ \left\{ x \rightarrow \frac{5}{2} \right\} \right\}$

Řešte v  $\mathbb{R}$ , určete definiční obor rovnice

19)  $49^{\log x} = 2401$

20)  $x^{\log x - 2} = 1000$

21)  $x^{1 - \frac{1}{4} \log x} = 10$

22)  $x^{\frac{1}{3} (\log x + 5)} = 10^{5 + \log x}$

23)  $\log_{x-1} 3 = 2$

24)  $\log_{5-x}(x^2 - 2x + 65) = 2$

## Výsledky:

19) `Out[39]= {{x → 100}}`

20)  $x = \frac{1}{10} \vee x = 1000$

21)  $x = 100$

22)  $x = 10^{-5} \vee x = 10^3$

23) `Out[46]= {{x → 1 + √3}}`

24) `Out[47]= {{x → -5}}`

Řešte v  $\mathbb{R}$ , určete definiční obor rovnice

25)  $\log_6(x+1) + \log_6 x = 1$

26)  $\frac{\log_3 x}{1 + \log_3 2} = 2$

27)  $\log_2 \frac{3-x}{x+3} = -2$

28)  $\frac{\log_3(6x-2)}{\log_3(x-3)} = 2$

29)  $\log_2^2 x + 2 \log_2 x - 3 = 0$

30)  $\log_{\frac{1}{7}} x + \frac{1}{\log_{\frac{1}{7}} x} = -2$

## Výsledky:

25) `Out[49]= {{x → 2}}`

26) `Out[51]= {{x → 36}}`

27) `Out[52]= {{{x →  $\frac{9}{5}$ }}}`

28) `Out[53]= {{x → 11}}`

29) `x = 2 ∨ x =  $\frac{1}{8}$`

30) `Out[58]= {{x → 7}}`